11.1 与三角形有关的线段

11.1.1 三角形的边

在本章引言中，我们提到许多三角形的实际例子.

由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形（triangle）.

在图 11.1-1 中，线段 AB，BC，CA 是三角形的边. 点 A，B，C 是三角形的顶点. $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 是相邻两边组成的角，叫做三角形的内角，简称三角形的角.

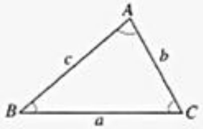


图 11.1-1

顶点是 A，B，C 的三角形，记作$\triangle ABC$，读作“三角形 ABC”.

$\triangle ABC$ 的三边，有时也用 a，b，c 来表示. 如图 11.1-1，顶点 A 所对的边 BC 用 a 表示，顶点 B 所对的边 AC 用 b 表示，顶点 C 所对的边 AB 用 c 表示.

我们知道：三边都相等的三角形叫做等边三角形（图 11.1-2（1））；有两条边相等的三角形叫做等腰三角形（图 11.1-2（2））.

图 11.1-2（3）中的三角形是三边都不相等的三角形.

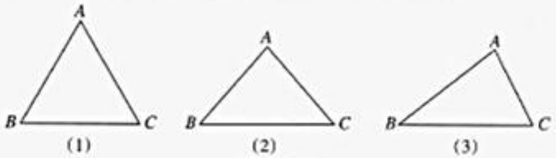


图 11.1-2

思考

我们知道，按照三个内角的大小，可以将三角形分为锐角三角形、直角三角形和钝角三角形. 如何按照边的关系对三角形进行分类呢？说说你的想法，并与同学交流.

以“是否有边相等”，可以将三角形分为两类：三边都不相等的三角形和等腰三角形.

我们还知道：在等腰三角形中，相等的两边都叫做腰，另一边叫做底边，两腰的夹角叫做顶角，腰和底边的夹角叫做底角.

等边三角形是特殊的等腰三角形，即底边和腰相等的等腰三角形.

综上，三角形按边的相等关系分类如下：

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{三边都不相等的三角形}\\ \text{等腰三角形}\begin{cases}\text{底边和腰不相等的等腰三角形}\\ \text{等边三角形}\end{cases}\end{cases}$$

三角形

下面探究三角形三边之间的大小关系.

探究

任意画一个$\triangle ABC$，从点 B 出发，沿三角形的边到点 C，有几条线路可以选择？各条线路的长有什么关系？能证明你的结论吗？

对于任意一个$\triangle ABC$，如果把其中任意两个顶点（例如 B，C）看成定点，由“两点之间，线段最短”可得

$$AB+AC>BC. \quad ①$$

同理有

$$AC+BC>AB, \quad ②$$

$$AB+BC>AC. \quad ③$$

一般地，我们有

三角形两边的和大于第三边.

由不等式②③移项可得 $BC>AB-AC$，$BC>AC-AB$. 这就是说，三角形两边的差小于第三边.

例　用一条长为 18 cm 的细绳围成一个等腰三角形.

（1）如果腰长是底边长的 2 倍，那么各边的长是多少？

（2）能围成有一边的长是 4 cm 的等腰三角形吗？为什么？

解：（1）设底边长为 x cm，则腰长为 $2x$ cm.

$$x+2x+2x=18.$$

解得 $x=3.6$.

所以，三边长分别为 3.6 cm，7.2 cm，7.2 cm.

（2）因为长为 4 cm 的边可能是腰，也可能是底边，所以需要分情况讨论.

如果 4 cm 长的边为底边，设腰长为 x cm，则

$$4+2x=18.$$

解得 $x=7$.

如果 4 cm 长的边为腰，设底边长为 x cm，则

$$2\times4+x=18.$$

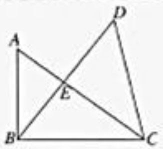
解得 $x=10$.

因为 $4+4<10$，不符合三角形两边的和大于第三边，所以不能围成腰长是 4 cm 的等腰三角形.

由以上讨论可知，可以围成底边长是 4 cm 的等腰三角形.

练习

1. 图中有几个三角形？用符号表示这些三角形.
2. （口答）下列长度的三条线段能否组成三角形？为什么？
   (1) 3，4，8；(2) 5，6，11；(3) 5，6，10.



（第 1 题）

11.1.2 三角形的高、中线与角平分线

与三角形有关的线段，除了三条边，还有我们已经学过的三角形的高. 如图 11.1-3，从 $\triangle ABC$ 的顶点 A 向它所对的边 BC 所在直线画垂线，垂足为 D，所得线段 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高 (altitude).

用同样方法，你能画出 $\triangle ABC$ 的另两条边上的高吗？

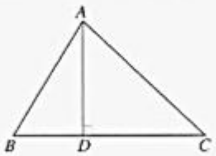


图 11.1-3

我们再来看两种与三角形有关的线段.

如图 11.1-4 (1)，连接 $\triangle ABC$ 的顶点 A 和它所对的边 BC 的中点 D，所得线段 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的**中线** (median).

用同样方法，你能画出 $\triangle ABC$ 的另两条边上的中线吗？

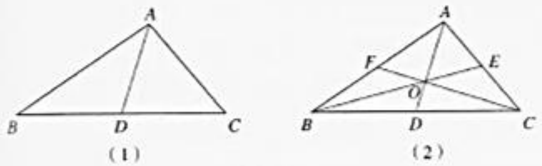


图 11.1-4

如图 11.1-4 (2)，三角形的三条中线相交于一点. 三角形三条中线的交点叫做三角形的**重心**.

取一块质地均匀的三角形木板，顶住三条中线的交点，木板会保持平衡，这个平衡点就是这块三角形木板的重心.

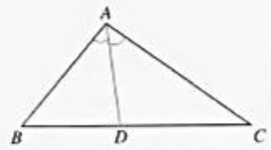


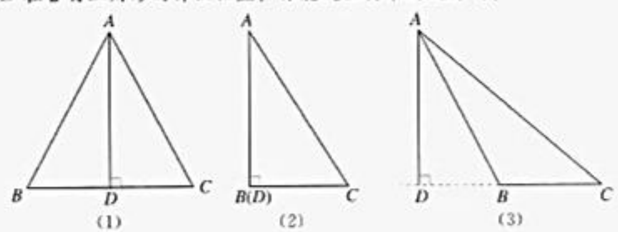
图 11.1-5

如图 11.1-5，画 $\angle A$ 的平分线 AD，交 $\angle A$ 所对的边 BC 于点 D，所得线段 AD 叫做 $\triangle ABC$ 的**角平分线** (angular bisector).

画出 $\triangle ABC$ 的另两条角平分线，观察三条角平分线，你有什么发现？

练习

1. 如图，(1) (2) 和 (3) 中的三个 $\angle B$ 有什么不同？这三条 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高 AD 在各自三角形的什么位置？你能说出其中的规律吗？



（第 1 题）

2. 填空：
   (1) 如下页图 (1)，AD，BE，CF 是 $\triangle ABC$ 的三条中线，则 $AB=2$____，$BD=$____，$AE=\frac{1}{2}$____.
   (2) 如下页图 (2)，AD，BE，CF 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线，则 $\angle1=$____，$\angle3=\frac{1}{2}$____，$\angle ACB=2$____.